



## PF perfect rings and QF rings

著者	Koike Kazutoshi
内容記述	Thesis (Ph. D. in Science)--University of Tsukuba, (B), no. 1730, 2001.3.23 Includes bibliographical references
発行年	2001
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2241/6819">http://hdl.handle.net/2241/6819</a>

氏 名 (本 籍)	こ いけ かず とし 小 池 寿 俊 (山 口 県)
学 位 の 種 類	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	博 乙 第 1730 号
学位授与年月日	平成 13 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 2 項該当
審 査 研 究 科	数理物質科学研究科
学 位 論 文 題 目	PF Perfect Rings and QF Rings (PF 完全環と QF 環)
主 査	筑波大学教授 理学博士 宮 下 庸 一
副 査	筑波大学教授 理学博士 神 田 護
副 査	筑波大学教授 理学博士 宮 本 雅 彦
副 査	筑波大学助教授 理学博士 加 藤 豊 紀

### 論 文 の 内 容 の 要 旨

本論文では、QF 環 (quasi-Frobenius 環)、及びそれに関連した研究を行っている。特に、Faith の提出した 2 つの問題「右自己入射的片側完全環は QF 環か」と「右自己入射的準素環は QF 環か」に関連した研究をしている。QF 環とは片側自己入射的なアルチン (あるいは、片側ネーター) 環のことで、その研究は、古く、わが国の中山正によって始められたものである。その研究の流れは、一方では、環自体の条件を弱めた種々の環の研究へ、他方では環の自己入射性に如何なる有限的条件を付加すれば QF 環になるかという研究へと進んだ。本論文では主に後者についての研究をしている。ここで得られている主要な結果は、第一に、単純加群の入射的包絡に関連した有限的余生成性を仮定すると、全ての有限的余生成、半ネーター加群の長さが有限なことが導かれること、また、その双対の結果が成り立つことを証明し、それから、環が QF 環になるための条件についての Clark-Huynh の定理が導かれることを示したこと。第二に、Loewy length が 3 である半準素環が右自己入射的環になる特徴付けを与えたこと。第三に、任意の右 PF 環  $R$  は、3 つの環、半単純環、全ての直既約射影的加群の Loewy length が 2 である QF 環、と全ての直既約射影的加群の Loewy length が 3 以上である右 PF 環の直和に分解されることを示したこと。第四に、片側自己入射的、半準素環で Loewy Length が 3 のものが全て QF 環になるための同値な条件をいくつか与えたこと。第五に、Faith の問題について、Loewy length が 3 の場合が重要なことを示す定理を与えたこと、等である。

### 審 査 の 結 果 の 要 旨

本論文の研究目的は、QF 環についての Faith の提示した 2 つの問題を肯定的あるいは否定的に解決することと、そのための基礎的研究を進めること、と思われる。論文の要旨に述べた第一の成果は、その証明の手法とともに、Clark-Huynh の定理を含むものとして評価される。また、Faith の問題について、Loewy length が 2 以下の場合には肯定的であることから、Loewy length が 3 の場合の重要性を示す結果も注目される。Faith の問題の同値な言い換えの内、半単純環上の両側加群についての条件は、それ自体としては興味深いものである。しかし、Faith の問題をより扱い易いものに帰着させるものとしては十分ではないと考えられる。Faith の問題についての、肯定的な部分解としては、環  $R$  と、環  $R$  を  $R$  の根基で割った剰余環の濃度に関する条件を含む 2 つの定理が述べられているの

みであるが、全体としては、困難な問題に向かつての継続的研究によって得られた諸成果は十分に評価され得るものである。

よって、著者は博士（理学）の学位を受けるのに十分な資格を有するものと認める。